



БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ

БЕЛОРУССКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ФОНД
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: УСТОЙЧИВОСТЬ, УПРАВЛЕНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ

Материалы Международной научной конференции,
посвященной 100-летию со дня рождения
академика Е. А. Барбашина

Минск, 24–29 сентября 2018 г.

DYNAMICAL SYSTEMS: STABILITY, CONTROL, OPTIMIZATION

Proceedings of the International Scientific Conference,
dedicated to the 100th anniversary of Ye. A. Barbashin

Minsk, September 24–29, 2018

МИНСК
БГУ
2018

УДК 517.938(06)+517.977(06)
ББК 22.161.6я431
Д46

Редакционная коллегия:

Ф. М. Кириллова (гл. ред.), В. В. Альсевич, А. И. Астровский,
В. В. Гороховик, Н. М. Дмитрук, Б. С. Калитин, О. И. Костюкова

Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация = Dynamical systems: stability, control, optimization : материалы Междунар. науч. конф., посвященной 100-летию со дня рождения академика Е. А. Барбашина, Минск, 24–29 сент. 2018 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: Ф. М. Кириллова (гл. ред.) [и др.]. — Минск : БГУ, 2018. — 239 с.

ISBN 978-985-566-654-8.

Издание содержит материалы докладов, представленных на Международной научной конференции “Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация”, посвященной 100-летию со дня рождения академика Е. А. Барбашина. Тематика докладов касается проблем качественной и конструктивной теории управления системами обыкновенных, дифференциально-алгебраических, дифференциально-разностных, сингулярно-возмущенных уравнений, системами с распределенными параметрами, а также приложений в экономике, биологии, технике.

УДК 517.938(06)+517.977(06)
ББК 22.161.6я431

ISBN 978-985-566-654-8

© БГУ, 2018

ОРГАНИЗАТОРЫ

Белорусский государственный университет
Институт математики НАН Беларуси

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Сопредседатели:

академик НАН Беларуси Гайшун И.В. (Минск, Беларусь)
член-корр. НАН Беларуси Кириллова Ф.М. (Минск, Беларусь)
академик РАН Куржанский А.Б. (Москва, Россия)

Члены Программного комитета:

Алиев Ф.А. (Азербайджан)	Мансимов К.Б. (Азербайджан)
Allgöwer F. (Германия)	Mordukhovich V.Sh. (США)
Ащепков Л.Т. (Канада)	Pallaschke D. (Германия)
Васильев С.Н. (Россия)	Pham The Long (Вьетнам)
Габасов Р. (Беларусь)	Половинкин Е.С. (Россия)
Гороховик В.В. (Беларусь)	Салуквадзе М.Е. (Грузия)
Губарев В.Ф. (Украина)	Срочко В.А. (Россия)
Евтушенко Ю.Г. (Россия, Москва)	Субботина Н.Н. (Россия)
Калинин А.И. (Беларусь, Минск)	Ушаков В.Н. (Россия)
Kazsorek T. (Польша)	Чикрий А.А. (Украина)
Kruger A. (Австралия)	Shklyar V. Sh. (Израиль)

ОРГКОМИТЕТ

Председатель:

Мандрик П.А. (Белорусский государственный университет)

Заместители председателя:

Дмитрук Н.М. (Белорусский государственный университет)
Костюкова О.И. (Институт математики НАН Беларуси)

Ответственный секретарь: Альсевич В.В. (БГУ)

Члены Оргкомитета:

Асмыкович И.К. (БГТУ), Астровский А.И. (БГЭУ), Борухов В.Т. (ИМ НАНБ),
Дымков М.П. (БГЭУ), Калитин Б.С. (БГУ), Карпук В.В. (БНТУ), Княжище Л.Б.
(ИМ НАНБ), Крахотко В.В. (БГУ), Курдина М.А. (ИМ НАНБ), Лепин В.В. (ИМ
НАНБ), Лавринович Л.И. (БГУ), Минченко Л.И. (БГУИР), Павленок Н.С. (БГУ),
Пилипчук Л.А. (БГУ)

ции функционала невязок, полученных по уравнению (1):

$$J = \sum_{j=1}^n \sum_{i \in I_j} \left(t_i^j - t^j - \frac{1}{c} \|r + v(t^j - t^n) - r_i\| \right)^2. \quad (2)$$

Функционал (2) не является выпуклым. Кроме того, значительную трудность доставляет различный масштаб переменных. Поэтому его оптимизация не является простой. Задача решена следующим образом. Представим $t^j = t^n + \Delta t^j$. Разности Δt^j можно определить с достаточной степенью точности, анализируя только t_i^j и не привлекая (1). Далее, с зафиксированными значениями Δt^j производится минимизация функционала (2) численным методом на основе метода Левенберга – Марквардта с динамически изменяемой константой регуляризации. Задача минимизации решается достаточно эффективно: получаемая точность определения горизонтальной компоненты r близка к границе точности Рао – Крамера [1].

Работа подготовлена при поддержке программы президиума РАН №30 «Теория и технологии многоуровневого децентрализованного группового управления в условиях конфликта и кооперации».

Библиографические ссылки

1. *Chernyak, V.* Using potential accuracy of object localisation with multilateration systems // Proceedings of ESAV'08, September 3–5, 2008, Capri, Italy.

МНОГОГИПОТЕЗНЫЙ АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ВОЗДУШНОГО СУДНА

Д.А. Бедин, А.Г. Иванов, А.А. Федотов

Институт математики и механики им Н.Н. Красовского УрО РАН
Софьи Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
{bedin,iagsoft}@imm.uran.ru, andreyfedotov@mail.ru

Рассматривается задача восстановления траектории воздушного судна (ВС) по поступающим радиолокационным замерам в текущем времени: после поступления очередного радиолокационного замера алгоритм должен «мгновенно» выдать оценку положения ВС [1].

В алгоритме производится построение пучка траекторий, представляющих наиболее возможные варианты траекторного движения ВС.

При пересчете в бегущем по времени окне совокупность замеров РЛС аппроксимируется траекториями пучка. Каждая траектория представляет собой некоторый вариант движения ВС, совместимый с его динамическими возможностями. При поступлении очередного замера операция по пересчету пучка треков заключается в последовательном запуске нескольких процедур: ветвления пучка, детектирования типа движения, генерации оценки текущего положения ВС, прореживания пучка и т.д.

Предложены различные варианты функции расстояния между траекториями пучка и последовательностью замеров, обеспечивающие устойчивость к возможным «выбросам» радиолокационных замеров. Критерий определяет «выживаемость» траекторий пучка: траектории с хорошим показателем остаются в пучке, траектории с плохим показателем удаляются.

В процедуре ветвления после поступления очередного замера происходит продление траекторий на текущий момент. Продление может происходить как с учетом координат нового замера, так и без их учета. Последнее хорошо работает в ситуации, когда пришедший замер оказывается «выбросом». Ответвление может происходить не только между двумя последними замерами, но и на протяжении всего расчетного окна.

Дополнительно в пучок вводятся траектории, построенные не при помощи ответвления от старых траекторий, а «с нуля» по координатам замеров в расчетном окне: «прямая по МНК» и «окружность по МНК». Эти траектории хорошо восстанавливают истинное движение при отсутствии выбросов в случаях движения по прямой (прямая по МНК) и движения в повороте (окружность по МНК). Для генерации траектории «окружность по МНК» разработан оригинальный быстросействующий алгоритм, в котором задача сводится к минимизации функции одного аргумента.

В алгоритме используется процедура детектирования текущего типа движения ВС. В качестве входа на детектор подается история оценки мгновенного ускорения движущегося ВС до текущего момента. На выходе детектор формирует признак постоянства анализируемого ускорения, а также оценку его величины. Далее по ним делается вывод о текущем типе движения, и на его основе меняются параметры работы основного многогипотезного алгоритма. Так, если было определено движение по прямой, то вес траектории «прямая по МНК» будет усилен по сравнению с другими траекториями пучка при итогов-

вом построении оценки положения ВС. Кроме того, от типа движения зависят коэффициенты штрафов.

Применение описанного подхода позволило создать алгоритм восстановления траектории ВС, который в случае замеров без выбросов обеспечивает точность, сравнимую с точностью метода ИММ [1, 2] (стандарт де-факто в траекторной обработке), а при наличии выбросов точность предлагаемого алгоритма оказывается лучше.

Рассматривались траектории маневрирующего ВС, для которых «регулярные» замеры имеют СКО 70 м, замеры с выбросами имеют СКО 350 м, выбросы возникают с вероятностью 0.05. Временной интервал между замерами 6 с. При обработке получено следующее качество: СКО между оценкой и истинной траекторией на участках постоянства движения составляет около 60 м, на переходных участках возможны пиковые отклонения до 250 м малой продолжительности. Для тех же данных метод ИММ показал, соответственно, 80 и 350 м.

Работа подготовлена при поддержке программы президиума РАН №30 «Теория и технологии многоуровневого децентрализованного группового управления в условиях конфликта и кооперации».

Библиографические ссылки

1. Коновалов А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации: в 2 ч. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. Ч. 2.
2. Blom H., Challa S., Bar-Shalom Ya. IMM estimator versus optimal estimator for hybrid systems // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 41, no. 3, July 2005. P. 986–991.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ДВУХУРОВНЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Д.Е. Бережнов, Л.И. Минченко

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка 6, 220013 Минск, Беларусь
inform@bsuir.by

Пусть $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$. Будем рассматривать задачу двухуровневого линейного программирования (BLPP), имеющую следующий вид:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= \langle c, x \rangle + \langle q, y \rangle \rightarrow \min, \\ x &\in X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_j(x) = \langle A^j, x \rangle - D_j \leq 0, j \in J = \{1, \dots, l\}\}, \\ y &\in S(x) \stackrel{\Delta}{=} \arg \min \{f(x, y) = \langle v, x \rangle + \langle p, y \rangle \mid y \in K(x)\}, \\ K(x) &= \{y \in \mathbb{R}^m \mid h_i(x, y) = \langle a^i, x \rangle + \langle b^i, y \rangle - d_i \leq 0, i \in I = \{1, \dots, s\}\}, \end{aligned}$$