



**XI Всероссийский съезд
по фундаментальным
проблемам теоретической и
прикладной механики**

СБОРНИК ДОКЛАДОВ

Казань

20 – 24 августа 2015 г.

Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике
Российская академия наук
Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство научных организаций
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН
Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева
Академия наук Республики Татарстан

**XI ВСЕРОССИЙСКИЙ СЪЕЗД
ПО ФУНДАМЕНТАЛЬНЫМ ПРОБЛЕМАМ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ
МЕХАНИКИ**

СБОРНИК ДОКЛАДОВ
(Казань, 20–24 августа 2015 г.)



Казань
2015

УДК 531 (063)
ББК 22.2я431
О–42

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 15-01-20573.

Ответственные редакторы:

Д.А. Губайдуллин, А.М. Елизаров, Е.К. Липачёв

Составители: *Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров*

О–42 **XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов** (Казань, 20–24 августа 2015 г.). / Сост. Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров, под ред. Д.А. Губайдуллина, А.М. Елизарова, Е.К. Липачёва. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. – 4480 с.

ISBN 978-5-00019-492-8

Сборник содержит доклады XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики.

УДК 531 (063)
ББК 22.2я431

ISBN 978-5-00019-492-8

© Издательство Казанского университета, 2015

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК РЛС ПУТЁМ СОВМЕСТНОЙ ОБРАБОТКИ ИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Д.А. Бедин¹, С.А. Ганебный², А.Г. Иванов¹, А.А. Федотов¹

1 – Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, г. Екатеринбург

2 – ООО Фирма «Новые информационные технологии в авиации», г. Санкт-Петербург

iagsoft@imm.uran.ru

Аннотация. Описаны три подхода к решению проблемы оценивания систематических ошибок в измерениях РЛС, полученных из нескольких перекрывающихся областей наблюдения. Ни одна из РЛС не рассматривается в качестве эталона. Систематические ошибки определяются путём обработки измерений РЛС за счет избыточности в радиолокационных данных. Предложенные методы могут быть использованы в современных комплексах систем управления воздушным движением.

ВВЕДЕНИЕ

Крупные центры управления воздушным движением (УВД) обрабатывают данные, поступающие от большого количества РЛС. Если воздушное судно (ВС) движется через несколько перекрывающихся областей радиолокационного наблюдения и каждая РЛС имеет свои *систематические ошибки*, треки этого самолета от различных РЛС будут отличаться друг от друга. При совместной обработке данных становится важным скорректировать систематические ошибки в радиолокационных измерениях положения ВС. Указанные ошибки могут повлиять на точность и согласованность работы алгоритмов системы УВД.

В случае, когда присутствуют дополнительные эталонные измерения, систематические ошибки каждой РЛС легко могут быть определены сравнением с этим эталоном. Но качественную дополнительную информацию (например, от системы ADS-B) о траекториях ВС не всегда легко получить на практике. В докладе обсуждаются алгоритмы, которые используют только собственную информацию от РЛС. Современные зоны УВД имеют большой размер, каждое ВС наблюдается несколькими РЛС одновременно. Подобная избыточность информации позволяет оценить систематические ошибки.

Обозначим через m общее число РЛС. Рассмотрим процесс наблюдения i -й РЛС. Пусть $x(t)$ – вектор текущего положения ВС в момент t ; $r_i(x)$, $\alpha_i(x)$ – наклонная дальность от объекта до РЛС i и его азимут, соответственно; $h(x)$ – высота ВС над поверхностью Земли. Уравнения наблюдения имеют вид

$$z_i^r(t) = r_i(x(t)) + \Delta_i^r(x(t)) + w_i^r(t), \quad z_i^\alpha(t) = \alpha_i(x(t)) + \Delta_i^\alpha(x(t)) + w_i^\alpha(t), \quad z_i^h(t) = h(x(t)) + w_i^h(t). \quad (*)$$

Здесь z_i^r , z_i^α , z_i^h – измерения дальности, азимута и высоты ВС в момент t . Переменные Δ_i^r , Δ_i^α обозначают систематические ошибки по дальности и азимуту (неслучайные искажения, зависящие от местоположения ВС относительно РЛС). Во всех измерительных каналах присутствуют случайные ошибки, которые обозначаются w_i^r , w_i^α , w_i^h . Математические ожидания величин w_i^r , w_i^α равны нулю, известна их матрица ковариации. Для любых различных моментов t_1 и t_2 случайные величины $w_i^r(t_1)$, $w_i^r(t_2)$, $w_i^\alpha(t_1)$, $w_i^\alpha(t_2)$ взаимно независимы и не зависят от местоположения ВС x . Ошибки в канале высоты w_i^h имеют малую величину и не оказывают существенного влияния на дальнейшую оценку.

В геоцентрической системе координат уравнение (*) можно записать в виде

$$z_i(t) = x(t) + s_i(x(t)) + w_i(t), \quad (**)$$

где символ z_i обозначает вектор, соответствующий тройке $(z_i^r, z_i^\alpha, z_i^h)$; величина s_i – вектор сдвига из-за воздействия систематической ошибки; вектор w_i – сдвиг, связанный со случайными ошибками.

Определение систематических ошибок требуется для «сведения» всех радиолокационных данных. Важно, чтобы сведённые (скорректированные) треки одного ВС от различных РЛС выглядели как один трек. Для коррекции измерений РЛС i естественно использовать вектор $-\hat{s}_i(x)$, где $\hat{s}_i(x)$ – оценка вектора сдвига $s_i(x)$. Коррекция производится хорошо, если оценки $\hat{s}_i(x)$ близки к истинным значениям $s_i(x)$, или, что то же самое, оценки $\hat{\Delta}_i^r(x)$, $\hat{\Delta}_i^\alpha(x)$ близки к истинным оценкам $\Delta_i^r(x)$, $\Delta_i^\alpha(x)$.

В алгоритмах разделов 1 и 2 полагаем, что функции $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$ (или $s_i(\cdot)$) принадлежат заданному параметрическому классу функций с вектором Θ неизвестных параметров модели:

$$\forall x \in R^3, \forall i = \overline{1, m} \quad \Delta_i^r(x) = D^r(x, \Theta), \quad \Delta_i^\alpha(x) = D^\alpha(x, \Theta).$$

В этом случае пытаемся найти оценки в том же классе:

$$\forall i = \overline{1, m} \quad \hat{\Delta}_i^r(\cdot) = D^r(\cdot, \hat{\Theta}), \quad \hat{\Delta}_i^\alpha(\cdot) = D^\alpha(\cdot, \hat{\Theta}).$$

Подбирая параметр $\hat{\Theta}$, добиваемся наилучшего качества сведения треков и, тем самым, малости величин

$$E\{\vartheta - \hat{\vartheta}\}^2, E\{|\Delta_i^r(x) - \hat{\Delta}_i^r(x)|^2\}, E\{|\Delta_i^\alpha(x) - \hat{\Delta}_i^\alpha(x)|^2\} \quad \forall x = R^3.$$

Самый простой пример параметрического класса функций – постоянные (по пространству) систематические ошибки по дальности и азимуту для всех РЛС (параметр ϑ включает в таком случае их значения).

Алгоритм в разделе 3 использует непараметрический метод в отсутствие предварительно заданных моделей $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$. В каждой небольшой области наблюдения замеры позволяют оценить разности $\Delta_i^r(x) - \Delta_j^r(x)$, $\Delta_i^\alpha(x) - \Delta_j^\alpha(x)$ ($i \neq j$) средних значений функций без каких-либо дополнительных предположений о структуре этих функций. Однако оценка самих значений $\Delta_i^r(x)$, $\Delta_i^\alpha(x)$ возможна только после предоставления дополнительной информации. Предлагается вариант однозначного выбора функций $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$ на основе предположения о «плавности» изменения их значений.

1. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК

Первый алгоритм определения систематических ошибок был разработан на основе параметрического метода оценки. Этот алгоритм отдельно обрабатывает каждую траекторию ВС и дает для неё индивидуальную оценку систематических ошибок (первый этап алгоритма). Окончательное поле сдвигов систематической ошибки $s_i(x)$ вычисляется усреднением индивидуальных оценок, которые были получены ранее (второй этап алгоритма). Предполагается, что количество ВС и продолжительность их треков достаточны для адекватного усреднения. Кроме того, важно, чтобы охват треками зоны наблюдения был достаточно велик. Моменты времени измерений считаем точно известными. Алгоритм может работать с данными наблюдений *первичных РЛС*, не предоставляющих информацию о высоте самолета.

Оценка систематических ошибок одного ВС. Рассматриваются только участки траекторий ВС, наблюдавшиеся одновременно двумя или более РЛС.

В случае, когда замер включает в себя информацию о высоте, этот замер – точка в трехмерном пространстве, её координаты зависят от координат РЛС, наклонной дальности, азимута, высоты и от систематических ошибок по азимуту и дальности. Если измерение не содержит информацию о высоте, то имеется неопределенность в виде некоторой дуги окружности в трехмерном пространстве.

Будем понимать под *восстановленным треком* трехмерную ломаную, приближающую истинное движение ВС. Узлы восстановленного трека соответствуют заранее фиксированной временной сетке. Для каждого замера можем вычислить невязку – квадрат расстояния между замером (это может быть точка или дуга) и точкой восстановленного трека в тот же момент времени. Невязка зависит от параметров замера, вершин восстановленного трека и, кроме того, от систематических ошибок рассматриваемой РЛС. Суммируя все невязки, относящиеся к траектории ВС, получаем *суммарную невязку* трека. Координаты вершин восстановленного трека и систематические ошибки РЛС рассматриваем в качестве независимых переменных, которые будем варьировать. Таким образом, сводим задачу к минимизации функции многих переменных. В результате минимизации получаем координаты вершин восстановленного трека (реализуя реконструкцию траектории ВС) и систематические ошибки, которые наилучшим образом соответствуют данным замеров. При решении задачи минимизации функции многих переменных используется метод Хука–Дживса с небольшими изменениями.

Статистическая обработка треков многих ВС. В ходе обработки каждому положению в пространстве, где было произведено какое-либо измерение z , ставится в соответствие значение индивидуальной оценки систематических ошибок, полученное по соответствующей траектории ВС. Далее данные в виде «положение в пространстве – значение систематической ошибки» подвергаются статистической обработке и отыскиваются зависимости заданного вида: среднее значение систематических ошибок, линейный тренд и т. д.

2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК РЛС

Рассмотрим две РЛС с перекрывающимися зонами наблюдения. Влияние систематических ошибок каждой РЛС вызывает геометрическое расхождение замеров. Получающееся векторное поле расхождений назовём полем *разностных* систематических ошибок этих РЛС.

Векторное разностное поле для пары РЛС единственным образом определяет значения их постоянных систематических ошибок по азимуту и дальности. Задача поиска легко решается численно минимизацией суммы квадратов разностей между расхождениями, вычисленными на основе выбора постоянных систематических ошибок по азимуту и дальности, и расхождениями, рассчитанными на основе фактических входных данных. Процедура может быть легко расширена на случай трех и более РЛС.

Получение фактических расхождений между измерениями двух РЛС является сложной операцией. Для определения нужного разностного вектора в некоторой небольшой области используются все траектории ВС в ней. Треки двух разных РЛС от всех ВС рассматриваются как две геометрические фигуры, состав-

ленные из набора кусочно-линейных сегментов в проекции на плоскость местного горизонта. Разностный вектор сдвига рассчитывается наложением таких фигур с минимизацией взаимного суммарного расстояния.

Отметим, что в этом методе не используются моменты времени РЛС-замеров. Следовательно, метод не чувствителен к ошибкам времени измерений (которые могут быть большими). Для хорошего качества оценок необходимо наличие разнонаправленных движений в небольшой геометрической области.

3. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК

Как правило, основным подходом для определения систематических ошибок РЛС является параметрическое оценивание [1, 2]. При таком подходе структура функций $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$ задаётся предварительно. Алгоритмы, описанные в предыдущих разделах, относятся к такому типу. В качестве альтернативы попытаемся оценить систематические ошибки без использования фиксированной модели.

Измерения РЛС делятся на индивидуальные траектории ВС, а каждая траектория содержит несколько треков от различных РЛС. Произведём предварительное сглаживание каждого трека. Далее будем рассматривать только сглаженные измерения на общей сетке моментов времени. В сглаженных замерах уровень случайных ошибок достаточно мал, пренебрегаем их влиянием.

Рассмотрим группы $Z(t)$ сглаженных замеров от нескольких РЛС для одного ВС в некоторый момент t . О функциях $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$ ничего не известно, за исключением того, что они имеют ограниченные значения. Следовательно, истинное положение ВС $x(t)$ можно произвольно разместить около группы замеров $Z(t)$. Построим набор всех версий систематических ошибок, которые соответствуют группе одномоментных замеров, исходя из того, что неизвестный вектор $x(t)$ является одним и тем же для различных РЛС. Назовем такой набор *множеством неопределённости* систематических ошибок для данной группы измерений и обозначим его через $F(Z(t))$. Рис. 1 показывает группу замеров трёх РЛС и несколько возможных вариантов сдвигов, обусловленных систематическими ошибками.

Было замечено, что группы $Z(t)$ замеров для различных моментов t и для разных ВС выглядят похожими, если расположены близко друг к другу. Также группы довольно медленно изменяют свою конфигурацию вдоль любой траектории ВС. Это позволяет рассматривать множества неопределённости $F(x)$ для систематических ошибок, связанных с географическим местоположением x . Такие множества конструируются путем усреднения всех множеств неопределённости $F(Z(t))$ в небольшой геометрической области около данного положения x . Малое изменение конфигурации для групп замеров вдоль треков соответствует небольшим значениям константы Липшица для функций систематических ошибок $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$. Предположение о малости констант Липшица будет использовано ниже.

Задавая сетку $\{x_n\}$ пространственных положений, можно построить множество $F(x_j)$ в каждом узле x_j путем усреднения всех $F(Z(t))$ в некоторой окрестности точки x_j . Множество $F(x_j)$ даёт множественную оценку величин $\Delta_i^r(x_j)$ и $\Delta_i^\alpha(x_j)$ в точке x_j .

Для выделения однозначных функций систематических ошибок $\hat{\Delta}_i^r(x_j)$ и $\hat{\Delta}_i^\alpha(x_j)$ требуются дополнительные сведения об их структуре. В качестве разумного предположения потребуем малость пространственной вариации функций $\Delta_i^r(\cdot)$, $\Delta_i^\alpha(\cdot)$. Выделять соответствующую однозначную функцию можно, минимизируя функционал среднего квадрата константы Липшица на всех функциях со значениями из $F(x_j)$.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 13-01-96055 p_урал_a и № 14-01-31319 мол_a.

Литература

1. Renes J.J., v.d. Kraan P., Eymann C. Flightpath reconstruction and systematic radar error estimation from multi-radar range-azimuth measurements // 24th IEEE Conf. on Decision and Control. 1985. V. 24. P. 1282-1285.
2. Lin X., Bar-Shalom Y., Kirubarajan T. Exact multisensor dynamic bias estimation with local tracks // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2004. V. 40 (2). P. 576-590.

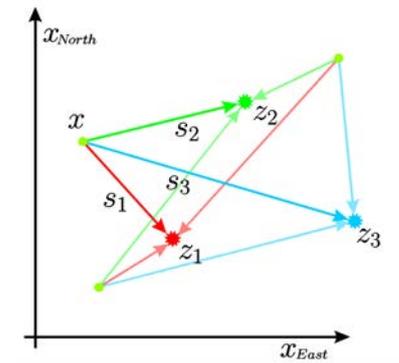


Рис. 1