

# XXVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ



31 мая – 2 июня 2021

---

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, РОССИЯ

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ» (АНУД)
- НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИТМО, РОССИЯ
- АМЕРИКАНСКОГО ИНСТИТУТА АЭРОНАВТИКИ И АСТРОНАВТИКИ (AIAA)
- ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ – ОБЩЕСТВА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ (IEEE – AESS)
- ФРАНЦУЗСКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (IFN)
- НЕМЕЦКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (DGON)
- КИТАЙСКОГО ОБЩЕСТВА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ (CSIT)
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ», РОССИЯ

*В настоящем издании опубликованы на русском языке пленарные и стендовые доклады участников конференции из России, Украины.*

*Полностью все доклады представлены в материалах конференции на английском языке – «28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems».*

*Тексты докладов публикуются в авторской редакции.*

Главный редактор  
академик РАН В. Г. Пешехонов

# Многокритериальная оптимизация параметров процедуры траекторной фильтрации при помощи генетического алгоритма

Д.А. Бедин

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского  
Уральского отделения Российской академии наук  
(ИММ УрО РАН)  
Екатеринбург, Россия  
ORCID: 0000-0002-3790-2943, bedin@imm.uran.ru

А.Г. Иванов

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского  
Уральского отделения Российской академии наук  
(ИММ УрО РАН)  
Екатеринбург, Россия  
ORCID: 0000-0002-5852-7273, iagsoft@imm.uran.ru

**Аннотация**—Для метода траекторной фильтрации Interacting Multiple Model (IMM) предложена процедура, оптимизирующая его внутренние параметры. Процедура основана на генетическом алгоритме оптимизации. Для траекторной фильтрации качество работы алгоритма задается не одним, а несколькими критериями. Предложенный алгоритм оптимизации позволяет выделять и улучшать парето-оптимальные решения.

**Ключевые слова**—задача фильтрации, метод IMM, генетические алгоритмы многокритериальной оптимизации, парето-оптимальность.

## I. ЗАДАЧА ТРАЕКТОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Наблюдаемый объект – воздушное судно (ВС) движется согласно некоторой динамике:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (1)$$

где  $x$  — вектор состояния, описывающий ВС. Для нужд навигации в управлении воздушным движением достаточно часто используют [1] следующий простой вариант динамики ВС:

$$\begin{cases} \dot{x}_N(t_i) = V(t_i) \cos \varphi(t_i), \\ \dot{x}_E(t_i) = V(t_i) \sin \varphi(t_i), \\ V(t_i) = w(t_i), \\ \varphi(t_i) = u(t_i)/V(t_i). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $x_N$ ,  $x_E$  – северная и восточная координаты ВС,  $V$  – величина скорости,  $\varphi$  – путевой угол; управления  $w$ ,  $u$  – суть продольное и поперечное ускорения;  $t_i$  – текущий момент времени. Движение системы (2) с  $u(t) = w(t) = 0$  носит название модели постоянной скорости (constant velocity, CV) [1, 2]. Участок с  $u(t) = \text{const}$ ,  $w(t) = 0$  – движение в повороте (coordinated turn, CT), а участок, где  $u(t) = 0$ ,  $w(t) = \text{const}$ , – равноускоренное движение (constant acceleration, CA).

Средства наблюдения (это могут быть радиолокаторы, ГНСС, угломерные и дальномерные устройства) в дискретные моменты времени  $t_i$  производят измерения:

$$y_i = h(t_i, x(t_i)) + \omega_i. \quad (3)$$

Здесь  $\omega_i$  – случайная ошибка измерения. Для многих средств измерения (радиолокаторы, ГНСС) функция  $h$  просто выделяет «геометрическую» часть координат  $(x_N, x_E)$  вектора состояния  $x$ .

Задачей фильтрации называют задачу построения оценки  $\hat{x}_i$  на момент  $t_i$  как функции (либо как алгоритма, в случае если такую функцию нельзя выписать простой формулой) от истории измерений до времени  $t_i$ :  $\hat{x}_i = \hat{x}(\{y_j : j \leq i\})$ .

В случае если динамика (1) и уравнение наблюдения (3) линейные, а ошибки  $\omega_i$  распределены по нормальному закону, фильтр Калмана [3] приближает фазовое состояние наилучшим образом в смысле среднеквадратичного отклонения

$$J(t_i) = E\{(\hat{x}_i - x(t_i))^2\}. \quad (4)$$

В случае если динамика (1) имеет переключения во времени (например, в динамике (2) функции  $u(t)$ ,  $w(t)$  имеют кусочно-постоянную структуру), фильтр Калмана не оптимален.

Для движения с динамикой (2) с переключениями поведение показателя (4) как функции времени  $t$  вдоль траектории может сильно различаться в зависимости от алгоритма фильтрации [2]. Например, алгоритмы, обеспечивающие малое значение  $J$  на участках длительного постоянства  $u(\cdot)$ ,  $w(\cdot)$ , как правило, имеют большой «выброс» значений  $J$  в момент переключения управлений  $u(\cdot)$ ,  $w(\cdot)$ . Наблюдается и обратное: алгоритмы, имеющие маленький «выброс» в момент изменения управлений, имеют худшее  $J$  на участках постоянства.

Достаточно сбалансированно (относительная малость показателя  $J$  на всех участках движения) показывают себя алгоритмы, основанные на скрытых марковских моделях [4], в частности метод Interacting Multiple Model (IMM) [2, 4], включающий в себя несколько фильтров Калмана с разными моделями движения.

Метод ИММ имеет достаточно большое число параметров, влияющих на качество работы [2, 4]. Самое большое значение имеет то, какие модели движения и в каком количестве входят в его структуру. При фиксированном наборе моделей динамики очень важен процесс переключения между ними. Переключение регулируется матрицей переходных вероятностей. Ее компоненты (или константы, от которых они зависят) – второй по важности настроечный набор параметров. Также важны параметры, задающие поведение каждой модели, в том числе уровень шума динамики.

Авторы поставили задачу настроить параметры алгоритма ИММ с целью улучшить качество его работы [6–8]. Важно отметить, что влияние параметров на работу метода ИММ имеет сложный характер. Кроме того, в будущем предполагается изменять количество моделей внутри метода, и в задаче появятся как вещественнозначные, так и целочисленные параметры. Поэтому для оптимизации было решено использовать методы прямого поиска. Генетический подход, представляющий собой прямой поиск с эвристиками [5] (каждая особь в популяции генетического алгоритма соответствует фиксированному набору параметров ИММ), показался наиболее удобным вариантом и был реализован авторами [6–8].

## II. КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА ТРАЕКТОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Важной особенностью рассматриваемой проблемы является то, что в практической траекторной обработке для оценки качества принято использовать не критерий  $J$ , а другие показатели, с разных сторон описывающие близость между истинным состоянием  $x(t_i)$  и его оценкой  $\hat{x}_i$ . В управлении воздушным движением качество приближения траектории оценивается по «каналам» и участкам движения. Требования к качеству сведены в стандарты [9, 10].

Траектория ВС разделяется на участки – промежутки постоянства (CV, CT, CA) управлений  $u(\cdot)$ ,  $w(\cdot)$  в системе (2), а также на периоды «установления» после смены управлений [9]. Каналы же [9] представляют собой скалярные показатели, характеризующие вектор отклонения  $x(t) - \hat{x}$ : продольное  $\delta_{lon}$ , поперечное  $\delta_{lat}$  отклонения, отклонения по величине скорости  $\delta_V = V(t) - \hat{V}$  и путевому углу  $\delta_\varphi = \varphi - \hat{\varphi}$ . Продольное и поперечное отклонения выражаются формулами:

$$\begin{aligned}\delta_{lon} &= \cos\varphi(t)(x_N(t) - \hat{x}_N(t)) + \sin\varphi(t)(x_E(t) - \hat{x}_E(t)), \\ \delta_{lat} &= -\sin\varphi(t)(x_N(t) - \hat{x}_N(t)) + \cos\varphi(t)(x_E(t) - \hat{x}_E(t)).\end{aligned}$$

Стандарты [10] устанавливают предельные значения среднеквадратичных отклонений в каналах отдельно для промежутков постоянства управлений и для максимальных отклонений в периоды смены управлений. Эти величины зависят от «схемы наблюдения»: количества радиолокаторов, шага измерений по времени и уровня ошибки  $\omega$ . Схема наблюдения жестко прописывается в стандартах [10].

Чтобы сделать критерии подходящими для разных схем наблюдения и разных маневренных возможностей ВС, было решено сравнивать отклонения  $\delta$  не со стан-

дартом, а с границей Рао–Крамера [11, 12]. Граница Рао–Крамера  $R$  вычисляется по модели движения (2), управлениям  $u(\cdot)$ ,  $w(\cdot)$  и представляет собой матрицу  $4 \times 4$  с компонентами  $R_{NN}$ ,  $R_{NE}$ , ..., задающую нижнюю грань для среднего квадрата отклонения несмещенных оценок  $\hat{x}$ . Вычислительные формулы для  $R(t)$  как функции от времени  $t$  основаны на формулах из [12], примененных для динамики (2).

Абсолютные отклонения  $\delta$  переводятся в относительные отклонения  $\Delta$  путем деления на соответствующее значение границы Рао–Крамера:

$$\begin{aligned}\Delta_{lon} &= \delta_{lon} / \sqrt{\cos^2\varphi(t)R_{NN} + 2\sin\varphi\cos\varphi R_{NE} + \sin^2\varphi R_{EE}}, \\ \Delta_{lat} &= \delta_{lat} / \sqrt{\sin^2\varphi(t)R_{NN} - 2\sin\varphi\cos\varphi R_{NE} + \cos^2\varphi R_{EE}}, \\ \Delta_V &= \delta_V / \sqrt{R_{VV}}, \quad \Delta_\varphi = \delta_\varphi / \sqrt{R_{\varphi\varphi}}.\end{aligned}$$

После такого преобразования удастся не только сделать отклонения  $\Delta$  универсальными относительно разных условий наблюдения, но и обеспечить их применимость к разным участкам движения: в момент переключения управлений  $u$ ,  $w$  граница Рао–Крамера  $R(t)$ , так же как и оценка  $\hat{x}(t)$ , претерпевает скачок и после него имеет период установления [8]. Благодаря этому свойству в нашем алгоритме вместо критериев из стандартов [10] мы применили другие, основанные на относительных отклонениях  $\Delta$ .

В нашей программе оптимизации отклонения  $\delta$  и  $\Delta$  вычисляются вдоль каждой траектории из обучающего набора. Далее по ним вычисляются среднеквадратичные отклонения в каналах  $c_{lon}$ ,  $c_{lat}$ ,  $c_V$ ,  $c_\varphi$ , а также комбинированные отклонения:  $c_{2d}$  – в плоскости  $(x_N, x_E)$ ,  $c_{4d}$  – по всему вектору состояния. Расчет для одномерных каналов ведется по следующей формуле (на примере для  $c_{lon}$ ):

$$c_{lon} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} \Delta_{lon}^2(t_i^k)},$$

где  $N$  – число траекторий в наборе,  $n_k$  – число измерений в траектории  $k$  из набора,  $n = \sum_{k=1}^N n_k$ ,  $t_i^k$  – время измерения  $i$  в траектории  $k$ . Многомерные показатели  $c_{2d}$ ,  $c_{4d}$  вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}c_{2d} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} \delta_{2d}^T(t_i^k) R_{2d}^{-1}(t_i^k) \delta_{2d}(t_i^k)}, \\ c_{4d} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} \delta_{4d}^T(t_i^k) R^{-1}(t_i^k) \delta_{4d}(t_i^k)},\end{aligned}$$

где  $\delta_{2d} = [\delta_{lon} \delta_{lat}]^T$ ,  $\delta_{4d} = [\delta_{lon} \delta_{lat} \delta_V \delta_\varphi]^T$ , а  $R_{2d}$  – верхний левый  $2 \times 2$  блок матрицы  $R$ .

Поскольку оценки  $\hat{x}$  подвержены влиянию случайных ошибок измерений  $\omega$ , значения показателей  $c_{lon}$ ,  $c_{lat}$ , ..., вычисленные по набору траекторий, сами являются случайными числами. Для корректного обращения с ними в генетической программе предусмотрено вычисление доверительных интервалов. Методика вычисления представлена в работе [8].

### III. ПОСТРОЕНИЕ ПАРЕТО-ФРОНТОВ

В траекторной фильтрации для практического использования нужны алгоритмы с достаточно малыми значениями разных показателей качества. При этом критерии могут быть противоречащими друг другу: например, улучшение показателя  $c_V$  в канале скорости может приводить к худшему определению координат на плоскости и большим значениям показателя  $c_{2d}$ . Практическое моделирование подтверждает это: было отмечено, что значения параметров, оптимальные для каждого критерия не совпадают, и часто достаточно далеки друг от друга.

Поиск параметров, одновременно хороших по различным критериям, но необязательно оптимальных по какому-либо критерию, тесно перекликается с поиском парето-оптимальных параметров. Поэтому авторы решили ввести выделение парето-фронта в существующий [6–8] генетический алгоритм оптимизации. Для этого был использован алгоритм недоминирующей сортировки из [13].

Следует отметить, что существует большой выбор генетических алгоритмов оптимизации (в том числе NSGA-II, описанный в [13]), изначально ориентированных на многокритериальную оптимизацию [14] и особую обработку парето-оптимальных особей в процедурах селекции. Авторы воздержались от перехода на такие алгоритмы, поскольку существующий генетический алгоритм [6–8] представляется пригодным для нахождения парето-оптимальных решений.

Алгоритм недоминирующей сортировки ранжирует популяцию, выделяя особи разных рангов. Ранг 1 – это Парето-оптимальные особи. Ранг 2 – это особи, которые станут парето-оптимальными после удаления особей ранга 1, и т.д. Ранги, с одной стороны, показывают близость решения к парето-оптимальности, с другой – позволяют визуализировать процессы внутри генетической оптимизации. Так, мутация (ненаправленное размножение) имеет цель как можно сильнее разнообразить популяцию, в ее ходе следует ожидать появления особей с разным рангом. Процедура селекции должна оставлять «правильные» с точки зрения прикладной задачи особи, и ожидается, что в результате ее работы сохранятся особи с высоким рангом.

Такие свойства генетических процедур были продемонстрированы в ходе моделирования. При проведении работ был использован суперкомпьютер «Уран» ИММ УрО РАН. Максимальный размер популяции составлял 4000 особей. Обучающая выборка состояла из 2000 модельных траекторий в силу динамики (2) с различными условиями наблюдения и маневренными возможностями ВС. Методика моделирования детально изложена в работах [7, 8].

На рис. 1–3 представлены проекции популяции на плоскость двух критериев. На рис. 1 взяты два критерия

$c_{lat}$ ,  $c_{lon}$ , отражающие качество работы траекторной фильтрации в горизонтальной плоскости. Видна слабая «корреляция» между значениями показателей внутри популяции. Особи ранга 1 располагаются в левом нижнем углу так, как если бы они являлись парето-оптимальными только для этих двух критериев. Окраска остальных особей плавно изменяется от зеленого до синего в соответствии с рангом в направлении от нижнего левого угла к верхнему правому. На рис. 2 изображена проекция популяции на плоскость критериев  $c_\varphi$  и  $c_V$ . В отличие от рис. 1 не наблюдается «корреляция» между критериями, при этом сам характер распределения рангов другой: парето-оптимальные решения располагаются, в том числе, и в середине рисунка. Это объясняется тем, что рисунок – это проекция сложной пространственной картины, и особи со «средними» по качеству значениями критериев  $c_V$ ,  $c_\varphi$  имеют очень хорошие значения остальных.

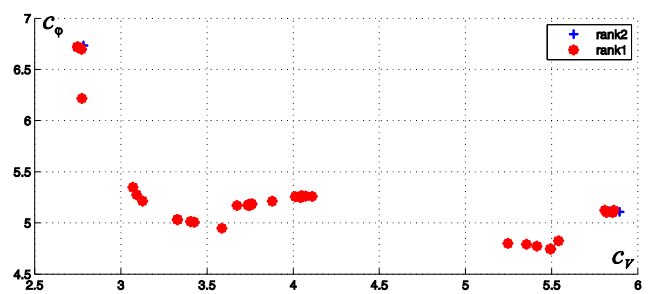


Рис. 1. Проекция популяции генетического алгоритма на плоскость критериев  $c_\varphi$ ,  $c_V$ . Особи, «выжившие» после обработки всей выборки

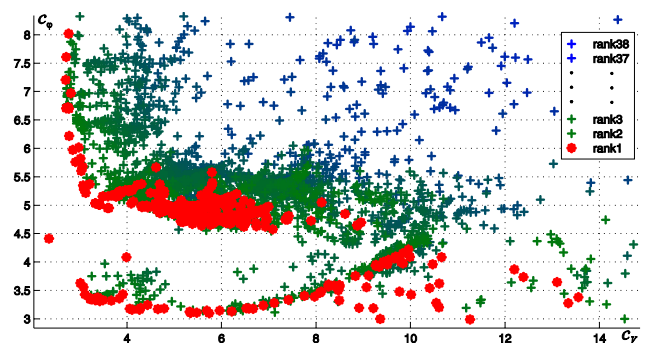


Рис. 2. Проекция популяции генетического алгоритма на плоскость критериев  $c_\varphi$ ,  $c_V$

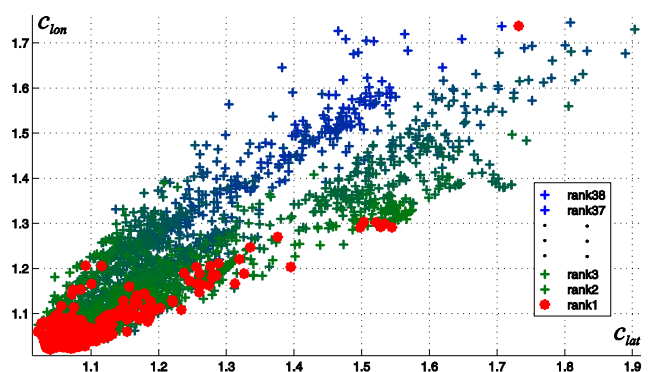


Рис. 3. Проекция популяции генетического алгоритма на плоскость критериев  $c_{lon}$ ,  $c_{lat}$

На всех рисунках из серии заметно разнообразие популяции: много особей с различными значениями критериев и разным рангом. На рис. 3 представлена та же плоскость критериев  $c_V$ ,  $c_\phi$ , что и на рис. 2, но изображены только те особи, что «пережили» все поколения процесса селекции. Видно, что остались только особи ранга 1 и 2, таким образом, текущий вариант селекции действительно выделяет парето-оптимальные решения или близкие к ним точки.

На рис. 4 представлена плоскость двух генов  $g_{13}$ ,  $g_{15}$  – двух отдельных параметров метода ИММ. Изображены отдельные особи, окраска, как и на рисунках выше, соответствует их рангу. Видно, что особи разных рангов хорошо «перемешаны» друг с другом, в том числе и особи с рангом 1. Это означает, что для парето-оптимальных параметров характерен большой разброс и нет сосредоточения у каких-либо выделенных значений. Такая же картина видна и на рис. 5 для двух других генов  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ , но в отличие от рис. 4 вся популяция в целом смещена к некоторым более оптимальным значениям.

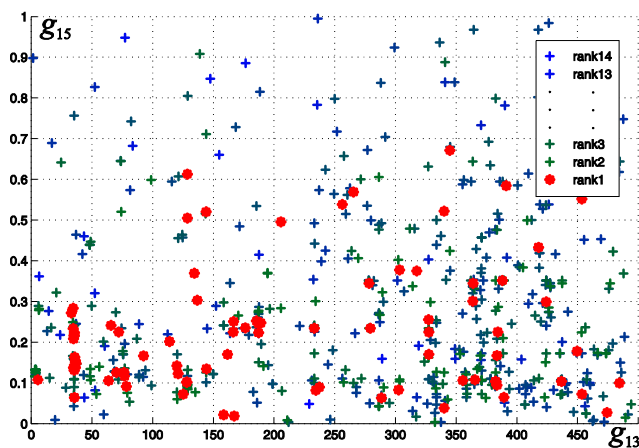


Рис. 4. Проекция популяции на плоскость генов  $g_{13}$ ,  $g_{15}$

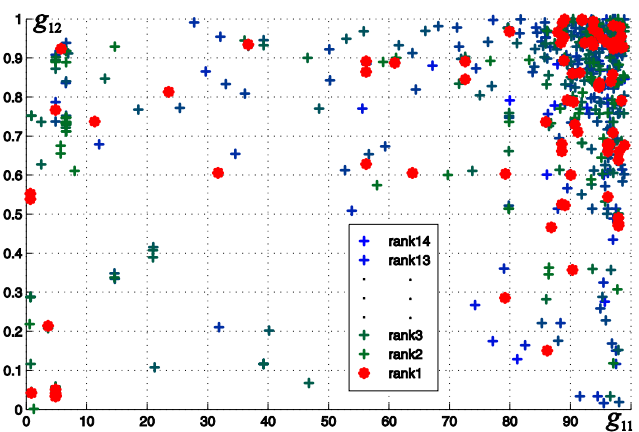


Рис. 5. Проекция популяции на плоскость генов  $g_{11}$ ,  $g_{12}$

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью генетического алгоритма в ходе моделирования удалось получить параметры метода ИММ, обладающие достаточно малыми значениями нескольких критериев, соответствующих требованиям, предъявляемым реальным алгоритмам траекторной фильтрации. При помощи недоминирующей сортировки были выделены парето-оптимальные решения. В дальнейшем алгоритм может быть усовершенствован введением в процедуру селекции приоритета особей с высоким рангом.

#### БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы благодарят ООО «Фирма «НИТА» за предоставленные данные и обсуждение постановки задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Li, X.R., Jilkov, V.P., Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic model, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 2003, vol. 39, no. 4, pp. 1333–1364.
- [2] Bar-Shalom, Y., Blair, W.D., Multitarget-multisensor tracking: Applications and advances, vol. III, Artech House, Norwood, MA. 2000, 608 p.
- [3] Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. М.: Наука. 1988. 168 с.
- [4] Li, X.R., Jilkov, V.P., Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 2005, vol. 41, no. 4, pp. 1255–1321.
- [5] Michalewicz, Z., Genetic algorithms + Data structures = Evolution programs, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1996. 252 p.
- [6] Бедин Д.А., Иванов А.Г. Использование генетического алгоритма для определения параметров многогипотезного алгоритма восстановления траектории воздушного судна // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2019. С. 87–90.
- [7] Bedin, D.A., Ivanov, A.G., Trajectory Tracking by the Interacting Multiple Model Algorithm: Genetic Approach to Improve the Performance, 2020 IEEE National Radar Conference (RadarConf20), Florence, Italy, 2020, pp. 1–6.
- [8] Bedin, D.A., Ivanov, A.G., Multicriteria Genetic Optimization Procedure for Trajectory Tracking by the Interacting Multiple Model Algorithm, Mathematical Modeling and Scientific Computing: Focus on Complex Processes and Systems: workshop, dedicated to the memory of Nikolai Botkin, Munich, Germany, CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2783, pp. 17–28.
- [9] EUROCONTROL Standard for Radar Surveillance in En-Route Airspace and Major Terminal Areas, Std. <https://www.eurocontrol.int/publication/eurocontrol-standard-radar-surveillance-en-route-airspace-and-major-terminal-areas>.
- [10] EUROCONTROL Specification for ATM Surveillance System Performance, Std. <https://www.eurocontrol.int/publication/eurocontrol-specification-atm-surveillance-system-performance-esassp>.
- [11] Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 472 с.
- [12] Šimandl, M., Královec, J., Tichavský, P., Filtering, predictive, and smoothing Cramér–Rao bounds for discrete-time nonlinear dynamic systems, Automatica, 2001, vol. 37, no. 11, pp. 1703–1716.
- [13] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, no. 2, April 2002, pp. 182–197.
- [14] Zitzler, E., Thiele, L., Multiobjective Evolutionary Algorithms: a Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, vol. 3, no. 4, pp. 257–271.