

2. Ito K. "On stochastic differential equations *Memoirs*, American mathematical society, 4, 1-51 (1951).
3. Dixit A. *The Art of Smooth Pasting*. Princeton University, New Jersey, USA, (1993).
4. Hull J.C. *Options, Futures, and other derivative securities*, second edition. Prentice-Hall, London, United Kingdom, (1993).
5. Yeung D.W.K. and Petrosyan L.A. *Cooperative stochastic differential games*, Springer Verlag, (2006).

Иванов А.Г., Институт математики и механики, Екатеринбург, Россия (*iagsoft@imm.uran.ru*)

Ушаков А.В., Институт математики и механики, Екатеринбург, Россия (*beerzone@olympus.ru*)

ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ СЕЧЕНИЙ МАКСИМАЛЬНОГО СТАБИЛЬНОГО МОСТА В ЛИНЕЙНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ

CONSTRUCTING THE THREE-DIMENSIONAL SECTIONS OF THE MAXIMAL STABLE BRIDGE IN A LINEAR DIFFERENTIAL GAME

Рассматривается линейная дифференциальная игра с фиксированным моментом окончания:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad x \in R^m, \quad u \in P \subset R, \quad v \in Q \subset R, \quad m \geq 3.$$

Цель первого игрока, распоряжающегося управлением u , — привести три выделенные компоненты фазового вектора x в момент окончания θ на выпуклое, замкнутое, ограниченное множество $M \subset R^3$. Интересы второго игрока, в ведении которого находится управление v , противоположны. Ограничения P и Q — отрезки.

С помощью стандартного преобразования [1, стр. 160] сделаем переход к трехмерной эквивалентной системе без фазовой переменной в правой части.

Требуется построить альтернированный интеграл Л.С. Понтрягина [2] или, что то же самое, — максимальный стабильный мост [1].

Излагаемая ниже схема алгоритма соответствует статье [3]. В начале 80-х годов М.А.Зархом была разработана программа на языке Фортран, реализующая алгоритм статьи. Сейчас создана новая версия, ориентированная на современную вычислительную технику.

Для построения максимального стабильного моста перейдем к аппроксимирующему игре, разбивая ось t с шагом Δ влево от момента θ точками t_i , где $i = 0, 1, \dots$, при этом $t_0 = \theta$. На каждом шаге замораживаем динамику эквивалентной системы. Результатом построений будут t -сечения $W_i = W(t_i) \subset R^3$ аппроксимирующего максимального стабильного моста W . Полагаем $W_0 = \tilde{M}$, где \tilde{M} — многогранник, аппроксимирующий множество M .

Построение сечений происходит в итерационной попятной процедуре: на первом шаге на основе множества \tilde{M} строится множество $W_1 = W(\theta - \Delta)$, которое также является выпуклым многогранником в R^3 ; на втором шаге на основе W_1 идет построение выпуклого многогранника $W_2 = W(\theta - 2\Delta)$ и т.д.

На каждом шаге попятной процедуры построение очередного t -сечения моста сводится к операциям над выпуклыми многогранниками, а именно, к построению суммы многогранника и отрезка (учет действий первого игрока) и построению геометрической разности [2] многогранника и отрезка (учет действий второго игрока).

Геометрической разности соответствует процедура овыпукления некоторой положительно однородной кусочно-линейной функции в R^3 , относительно которой априорно известны места нарушений её локальной выпуклости. Последнее позволяет провести операцию овыпукления экономно и быстро. Полученная на i -ом шаге выпуклая оболочка совпадает с опорной функцией многогранника W_i .

В докладе будут приведены примеры просчета сечений максимальных стабильных мостов для нескольких дифференциальных игр.

Созданную программу в дальнейшем предполагается использовать как составную часть программы синтеза адаптивного управления в линейных задачах с неизвестным уровнем динамической помехи.

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. *Позиционные дифференциальные игры*, Наука, (1974).
2. Понтрягин Л.С. "Линейные дифференциальные игры, 2" *Докл. АН СССР*, 175, No. 4, 764–766 (1967).
3. Зарх М.А., Пацко В.С. "Численное решение дифференциальной игры наведения третьего порядка," *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*, No. 6, 162–169 (1987).

Исламов Г.Г., Удмуртский госуниверситет, Ижевск, Россия (*ggislamov@udm.net*)

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОЙ DIFFERENCE-DIFFERENTIAL PROBLEM OF TEMPERATURE CONTROL

Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$ — произвольная точка криволинейной ортогональной системы координат, принадлежащая трёхмерному параллелепипеду $G = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3]$. Рассмотрим в течение времени $t \in [0, T]$ процесс изменения температуры $u(x, t)$ в параллелепипеде G с удельной теплоёмкостью $c(x)$,