Семинар Отдела Динамических Систем 11 декабря 1996

Применение параллельной программы построения линий уровня к задаче о брахистохроне в центральном поле тяготения.

А.Г.Иванов

Получен функционал времени спуска в задаче о брахистохроне в центральном поле тяготения:

$$T(r(\cdot)) = \sqrt{\frac{r_0}{2}} \int_{\phi_0}^{\phi_1} \sqrt{r(\phi)\frac{r'^2(\phi) + r^2(\phi)}{r_0 - r(\phi)}}\, d\phi \ .$$

Здесь $r = r(\phi)$ — положение точки в полярной системе координат с центром, совпадающим с центром тяготения.

При нахождении минимума функционала используется метод Эйлера [1] — приближение искомой кривой кусочно-линейной ломаной. Таким образом, задача сводится к нахождению минимума функции многих переменных. Минимизация проводится с помощью измененного метода Хука-Дживса. Этот метод отличается от стандартного метода Хука-Дживса [2] большей степенью перебора.

В рассматриваемой постановке задачи о брахистохроне определенный интерес представляет следующее исследование — как изменяется время спуска по оптимальной траектории при изменении точки окончания процесса (“нижней” граничной точки), при этом начальная (“верхняя”) точка фиксируется. Достаточной наглядностью обладают изохроны — линии уровня времени оптимального спуска.

Для нахождения изохрон используется параллельная программа построения линий уровня, первоначальный вариант которой описан в [3]. Рассматриваются несколько вариантов алгоритма задачи-мастера. Проводится анализ эффективности распараллеливания для разных алгоритмов и различного числа процессоров.

Литература

[1] Л.Э.Эльсгольц. Вариационное исчисление. М.: Техгиз, 1958.

[2] Б.Банди. Методы оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988.

[3] А.Г.Иванов. Опыт построения линий уровня на транспьютерных системах. // Алгоритмы и программные средства параллельных вычислений: [Сб. науч.тр.]. Екатеринбург: УрО РАН, 1995.